

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------



Prova scritta di Matematica Generale (EGA – Corso B)
Dott. Giovanni Masala – 16 luglio 2010.

PRIMA PARTE

Domanda 1 (punti 5; punti 4 per la prova completa).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{x+4}{x^2-5x+6}$$

Dominio (punti 2)	$E = \mathbb{R} \setminus \{2, 3\}$
Positività (punti 2)	$P = (-4, 2) \cup (3, +\infty)$
Intersezioni (punti 1)	$A(-4; 0) \quad B(0; 2/3)$

Domanda 2 (punti 5; punti 4 per la prova completa). Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \log(1+x^2)$

Derivata prima (punti 1)	$f' = \frac{2x}{1+x^2}$
Derivata seconda (punti 1)	$f'' = \frac{2(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$
Insieme di convessità (punti 2) Flessi (punti 1)	convessa per $-1 < x < 1$; flesso per $x = \pm 1$

Domanda 3 (punti 5; punti 4 per la prova completa). Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \sqrt{9-x^2}$

Derivata prima (punti 2)	$f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{9-x^2}}$
Estremi (punti 3)	$M(0; 3);$ crescente per $-3 < x < 0$

Domanda 4 (punti 5; punti 3 per la prova completa). Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{4x^3+1}{x^2-6x+8}$$

Dominio (punti 1)	$E = \mathbb{R} \setminus \{2, 4\}$
As. verticali (punti 2)	$x = 2 \quad \text{e} \quad x = 4$
As. obliqui oppure orizzontali (punti 2)	$y = 4x + 24$

Domande teoriche (punti 10, solo recupero I parte). (dare un esempio per ciascun quesito)

- Il teorema di Lagrange (punti 4)
- I punti di discontinuità (punti 3)
- Gli asintoti orizzontali (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------



SECONDA PARTE

Domanda 5 (punti 6; punti 4 per la prova completa).

Risolvere i seguenti integrali indefiniti e definiti:

$$\int_0^2 \left(4x^2 \cdot (x^3 - 4x) + \frac{x^2}{4 + x^3} \right) dx \quad \text{e} \quad \int \left(x \cdot e^{4x^2} + 3\sqrt{4x} \right) dx$$

Integrale definito (punti 3)	$\frac{\log 3 - 64}{3} \approx -20,97$
Integrale indefinito (punti 3)	$\frac{1}{8}e^{4x^2} + 4x^{3/2} + c$

Domanda 6 (punti 6; punti 5 per la prova completa).

Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 3x + y + z = 3 \\ 2x + 3y - z = 2 \\ k \cdot x + 2y + 2z = 1 \end{cases}$$

Compatibilità (punti 2)	$k \neq 6$ (soluzione unica)
Soluzioni (punti 4)	$\left(x = \frac{-5}{k-6}; y = \frac{5(k-1)}{4(k-6)}; z = \frac{7(k-1)}{4(k-6)} \right)$

Domanda 7 (punti 8; punti 6 per la prova completa).

Data la funzione $z = f(x, y) = x^2 - 4y^2 + 2x \cdot y - 4x + 2y$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = x - y = 1$.

Derivate parziali (punti 2)	$f_x = 2x + 2y - 4 \quad f_y = 2x - 8y + 2$
Estremi liberi (punti 3)	Sella $(7/5; 3/5; -11/5) \quad H = -20$
Estremi vincolati (punti 3)	$M(2; 1; -2) \quad \lambda = 2 \quad H = 2$

Domande teoriche (punti 10, solo recupero II parte). (dare un esempio per ciascun quesito)

- **Primitive e integrale indefinito (punti 4)**
- **Criteri per la compatibilità di un sistema lineare (punti 3)**
- **Punti stazionari per una funzione a due variabili (punti 3)**